Marburg University

Department of Computer Science
Prof. Dr. Sebastian Wild

Date: 2026-05-01
Version: 2026-04-30 16:44

Übungsblatt 3 zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Sommer 2026)

Abgabe: *Bis 2026-05-08 18:00, on ILIAS.*

1. Aufgabe

30 Punkte

a) Geben Sie einen formalen Beweis für die folgenden Aussagen:

$$\binom{n}{3} \sim \frac{n^3}{6} \tag{1}$$

$$\ln^2(n) = o(\sqrt{n}) \tag{2}$$

$$3^n = \omega(2^n) \tag{3}$$

b) Geben Sie die korrekte mengentheoretische Formulierung (als Beziehung zwischen Menge von Funktionen) der folgenden Aussagen an:

$$n^3 = \Omega(2 + \sin(n)) \tag{4}$$

$$\lg(n!) = n \lg n \pm O(n) \tag{5}$$

$$\Theta(f(n)) + \Theta(g(n)) = \Theta(\max\{f(n), g(n)\}) \tag{6}$$

2. Aufgabe

40 Punkte

Es sei $-1 < \alpha < 1$. Leiten Sie geschlossene Formen für die folgenden Reihen her.

a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k$.

Sie dürfen dabei annehmen, dass die Reihe (absolut) konvergiert.

b) $\sum_{k=0}^{\infty}(k+1)\alpha^k$.

Sie dürfen dabei annehmen, dass die Reihe (absolut) konvergiert, und ferner verwenden, dass in unserem Fall $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} f(k,x) \;=\; \frac{\partial}{\partial x} \sum_{k=0}^{\infty} f(k,x)$ gilt.

Tipp: Reduzieren Sie die Herleitung auf Teil a), unter Zuhilfenahme von Ableitungen bezüglich α.

c) $\sum_{k=0}^{\infty}(k+1)\cdots(k+t)\alpha^k$.

3. Aufgabe

40 Punkte

Geben Sie möglichst scharfe asymptotische obere Schranken (O-Klassen) für die folgenden Rekursionsgleichungen an. Nehmen Sie jeweils $T(n) = 1$ für $n \leq 1$ an.

a) $T(n) \;=\; 1 + T(n/2)$.

b) $T(n) \;=\; n + 2T(n/2)$.

c) $T(n) \;=\; \sqrt{n} + 2T(n/3)$.

d) $T(n) \;=\; \sqrt{n} + T(n/3)$.

e) Für die folgende Rekursionsgleichung, geben Sie eine nicht-triviale obere Scbranke der Form „Es gibt ein c, sodass für jedes ε gilt, dass $T(n) = O(n^{c+\varepsilon})$“.

$T(n) \;=\; T(n/2) + T(n/3) + T(n/4)$.