



Prof. Dr. Sebastian Wild
Dr. Nikolaus Glombiewski

Übungen zur Vorlesung
Effiziente Algorithmen

Abgabe: 20.12.2024,
bis **spätestens** 19:00 Uhr
über die ILIAS Plattform

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1: Hamming Code

(3 Punkte)

Betrachten Sie im Folgenden den $(7, 4)$ Hamming Code aus der Vorlesung.

- Gegeben Sei die Nachricht 0101. Bestimmen Sie die Parity Bits und den zu übertragenden Block.
- Ist 1111111 ein valider Block, d.h. sind (nachweisbare) Fehler aufgetreten?

Aufgabe 8.2: Tiefensuche

(3 Punkte)

Gegeben sei ein Digraph G , sodass es einen Pfad von einem Knoten u zu einem Knoten v gibt. Beweisen oder widerlegen Sie: In jeder Tiefensuche wird v *active* bevor u *done* wird.

Aufgabe 8.3: Breitensuche

(7 Punkte)

In der Vorlesung wurden einem Tiefensuchen-Baum (DFS forest) die Kanten durch die Typen *tree*, *forward*, *back*, und *cross* klassifiziert.

Für einen Breitensuchen-Baum können die gleichen Typen verwendet werden. Für eine Breitensuche beginnend bei einem Knoten s gibt im Folgenden $u.d$ die Distanz von u zu s (in Anzahl der Knoten) an.

- Zeigen Sie, dass für die Breitensuche auf einem *ungerichteten* Graphen folgende Eigenschaften gelten.
 - Es gibt keine *back* und *forward* Kanten.
 - Für jede *tree* Kante uv gilt $v.d = u.d + 1$.
 - Für jede *cross* Kante uv gilt $v.d = u.d$ oder $v.d = u.d + 1$.
- Zeigen Sie, dass für die Breitensuche auf einem gerichteten Graphen (Digraph) folgende Eigenschaften gelten.
 - Es gibt keine *forward* Kanten.
 - Für jede *tree* Kante uv gilt $v.d = u.d + 1$.
 - Für jede *cross* Kante uv gilt $v.d \leq u.d + 1$.
 - Für jede *back* Kante uv gilt $0 \leq v.d \leq u.d$.

Aufgabe 8.4: Entwurf von Graphalgorithmen (2+5)**(7 Punkte)**

Ein *Superstar* ist eine Person, die von allen anderen Personen gekannt wird, die selbst aber keine andere Person kennt.

- a) Wenn Sie eine Menge von n Personen und die Relation „ a kennt b “ als Digraph modellieren, also „ a kennt b “ $\iff (a, b) \in E$, wie können Sie dann einen Superstar charakterisieren?
- b) Sei der Digraph aus Teilaufgabe a) als $n \times n$ Adjazenzmatrix A gegeben. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der bei Eingabe A in Zeit $o(n^2)$ entscheidet, ob die durch A modellierte Population einen Superstar besitzt.

Begründen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus und weisen Sie eine dem Zwecke der Aufgabenstellung dienliche Laufzeitschranke nach.