Präszenzübungsblatt 0 for Effiziente Algorithmen (Winter 2025/26)

Problem 1 (Komplexität)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

a) $\frac{1}{6}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n \;\in\; \mathcal{O}(n^3)$

b) $4n^3 + 2n + 1 \;\in\; \Theta(6n^3 + n + 12)$

c) $n \log_2(n) \;\in\; \mathcal{O}(n^2)$

d) $n \cdot \sqrt{\log n} \;\in\; \Omega(n \cdot \log(n^2))$

e) Aus $f(n) \in \Theta(n)$ folgt $2^{f(n)} \in \mathcal{O}(2^n)$

Problem 2 (Induktion)

Gegeben sei die Folge $(T(n))_{n\geq 0}$ von Zahlen, rekursiv definiert durch

$$T(n) \;=\; \begin{cases} 3, & \text{für } n = 0; \\ T(n-1) + 4, & \text{für } n \geq 1. \end{cases} \tag{1}$$

a) Berechnen Sie die ersten 6 Folgenglieder, d. h., $T(0)$, $T(1)$, $T(2)$, $T(3)$, $T(4)$ und $T(5)$.

b) „Raten“ Sie ein Muster basierend auf den ersten Folgengliedern und geben Sie eine geschlossene Form für $T(n)$ an, d. h., eine Formel für das $n$te Folgenglied, die nicht auf Rekursion zurückgreift.

c) Verifizieren Sie Ihre „geratene“ Lösung durch einem formalen Beweis. Verwenden Sie dafür vollständige Induktion.